

Dinámica Oceánica

suma de fuerzas = masa x aceleración

- gradientes de presión: altura de la columna de agua y/o variaciones de la densidad del fluido
- viscosidad: efectos del viento + fricción interna + fondo + costas
- gravitacionales
- aceleración = dV/dt

pero se trata de un sistema rotante!

Efectos “sutiles” de la rotación



Premoniciones

“Ten mucho, mucho cuidado con lo que pones dentro de esa cabeza, porque nunca, jamás podrás quitarlo de ahí” -

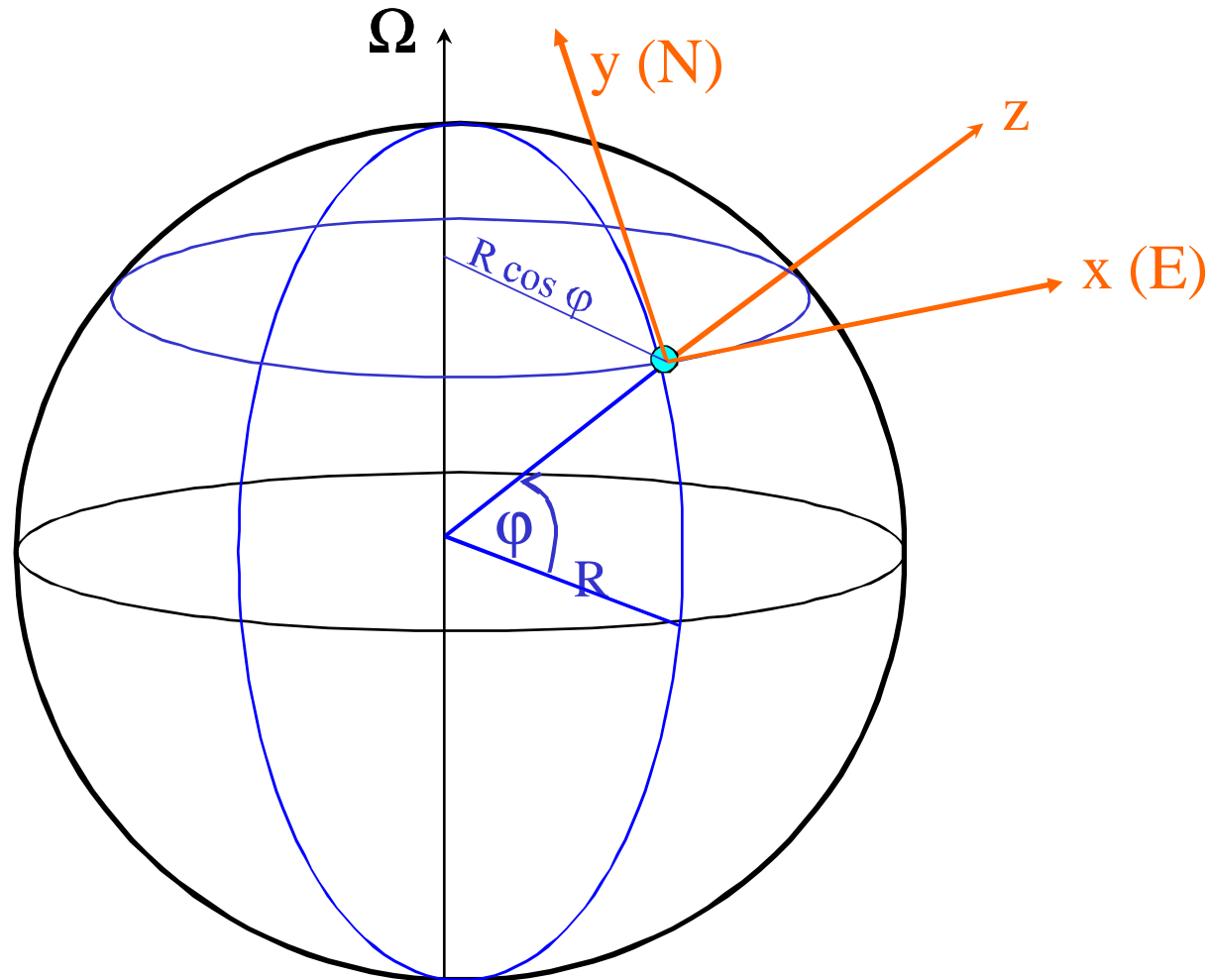
Thomas Cardinal Wolsey 1471-1530



Sistema de coordenadas

$$R = 6371 \text{ km}$$

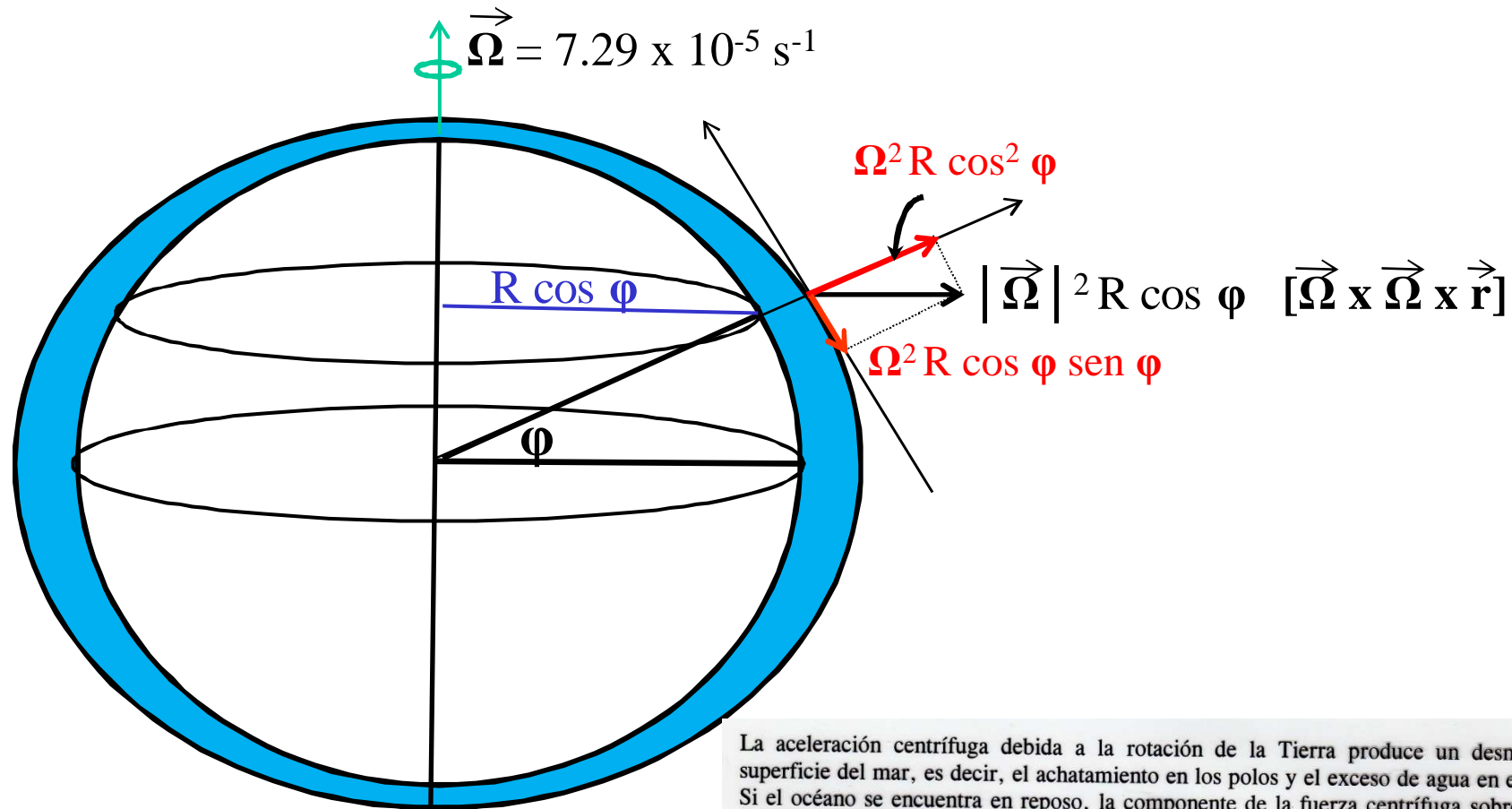
$$\Omega = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$



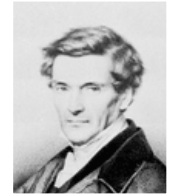
Velocidad relativa: u (>0 hacia el E), v (>0 hacia el N),
 w (>0 hacia arriba)

Balance de fuerzas para un océano en reposo

efectos “sutiles” de la rotación



La aceleración centrífuga debida a la rotación de la Tierra produce un desnivel en la superficie del mar, es decir, el achatamiento en los polos y el exceso de agua en el ecuador. Si el océano se encuentra en reposo, la componente de la fuerza centrífuga sobre un plano tangente a la Tierra es equilibrada por la fuerza del gradiente horizontal de presión. Si las parcelas de agua están en movimiento, se produce un desequilibrio entre las fuerzas antes mencionadas y, cualquiera sea la dirección del movimiento, aparece una fuerza normal a la velocidad denominada Fuerza de Coriolis (en honor al físico Gaspard Gustave de Coriolis que describiera este efecto en 1835). La Fuerza de Coriolis apunta a la derecha de la velocidad en el Hemisferio Norte y a la izquierda de la velocidad en el Hemisferio Sur.



Aceleración de Coriolis

En 1835 Gaspard-Gustave Coriolis demostró que cuando se desea expresar la aceleración relativa a una terna de coordenadas en rotación (como en el caso de una terna fija a la Tierra) es necesario sumar una fuerza que es igual al doble del producto vectorial entre la velocidad angular de rotación por la velocidad relativa:

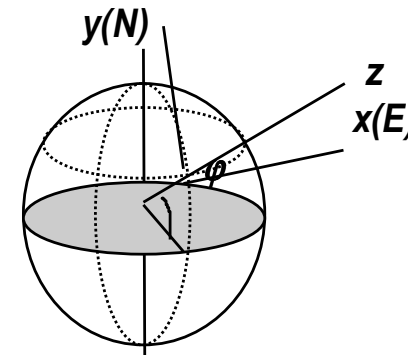
Aceleración absoluta = aceleración relativa + “fuerza correctiva”

$$d\mathbf{V}_a/dt = d\mathbf{V}_r/dt + 2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_r$$

$$\Omega_x = 0$$

$$\Omega_y = \omega \cos \varphi$$

$$\Omega_z = \omega \sin \varphi$$



$$2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} = 2 \{ i (w \omega \cos \varphi - v \omega \sin \varphi) + j u \omega \sin \varphi - k u \omega \cos \varphi \}$$

$$\omega = 2 \pi / \text{día} = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$$

Si se desprecian los movimientos verticales ($w = 0$) entonces

$$2 \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V} = 2 \{ -i v \omega \sin \varphi + j u \omega \sin \varphi \}$$

Si no hay corrientes verticales la forma de la aceleración o fuerza de Coriolis por unidad de masa es sencilla:

en el eje X = - f.v donde f es el parámetro de Coriolis = $2\Omega \sin \phi$

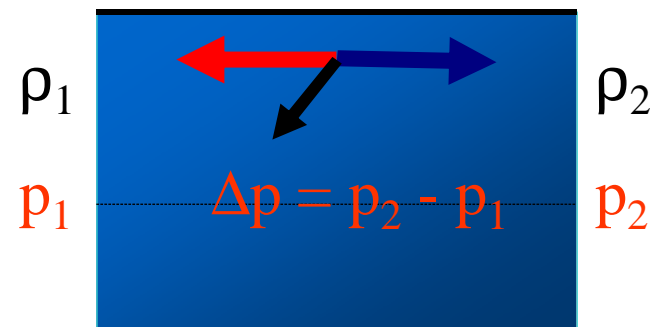
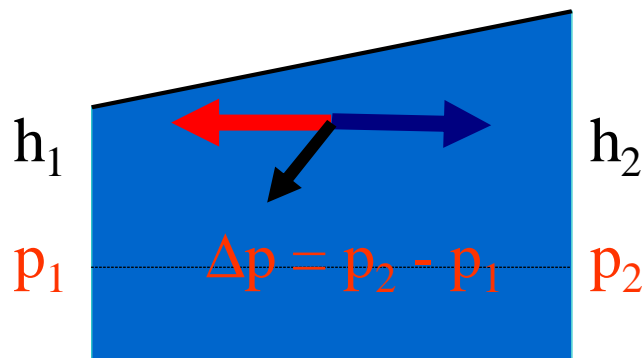
en el eje Y = f.u aquí en Buenos Aires

$$f = 2 \times 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \times \sin(-35^\circ) = -.836 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$$

Balance geostrófico

fza debida a gradiente de presión = fza. Coriolis

$$- 1 / \rho (\partial p / \partial x) = f v$$



No sólo Laplace introdujo la fuerza de Coriolis unos 60 años antes del trabajo del propio Coriolis (de hecho, ¡14 años antes de su nacimiento!) sino que, al hacerlo, critica a los grandes científicos que le precedieron en este tema por haber considerado los efectos de la rotación terrestre como aparentes; Laplace demuestra que estos efectos son reales, detalle que, aún 200 años más tarde, desconoce un gran número de libros de texto y enciclopedias.

P. Ripa, de *La increíble historia de la malentendida...*, 1996

Sobre desagües, tornados y otros mitos populares



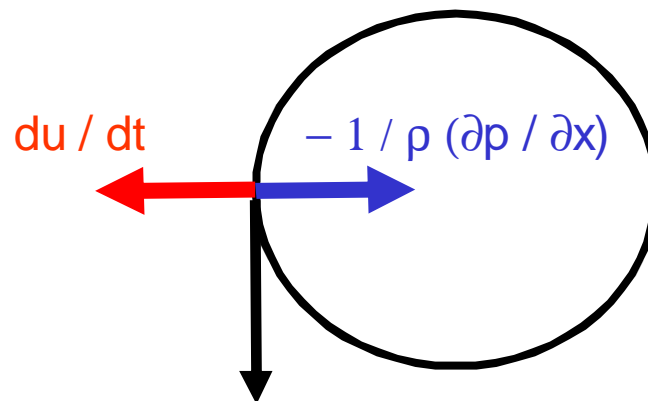
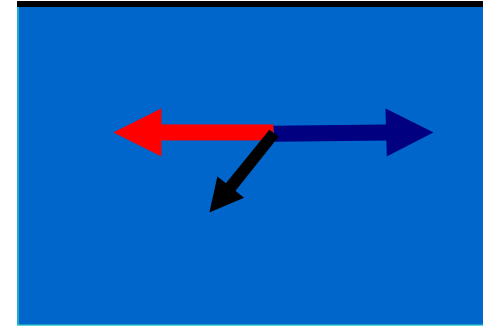
“No inventes, el agua no sigue tus reglas, va a donde quiere, como yo nena!”

(B. Simpson, de *Bart vs. Australia*, 1995)

Balance ciclostrófico

aceleración = gradiente de presión

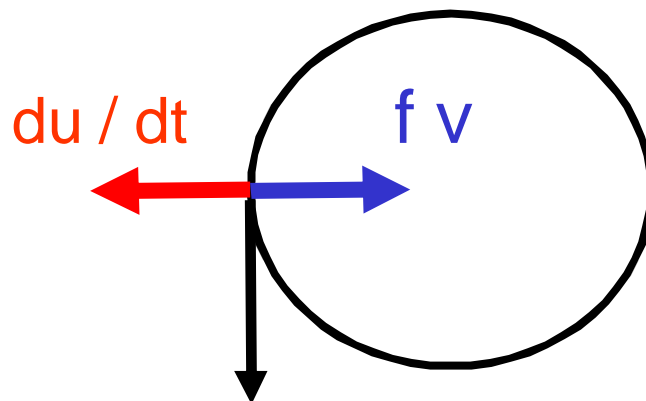
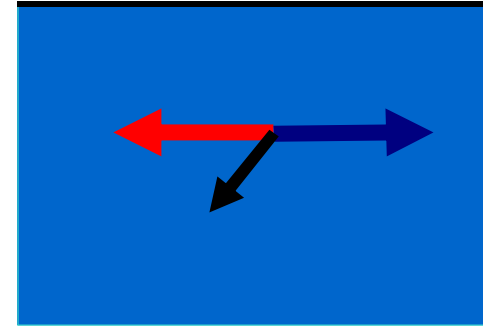
$$du / dt = - 1 / \rho (\partial p / \partial x)$$



Balance inercial

aceleración = fza. Coriolis

$$du / dt = f v$$



círculo inercial

período inercial = $2\pi/f$

frecuencia inercial = $2\pi/T_I = f$

distancia = $v T_I = 2\pi R_I$

$R_I = v / f$ es el Radio Inercial

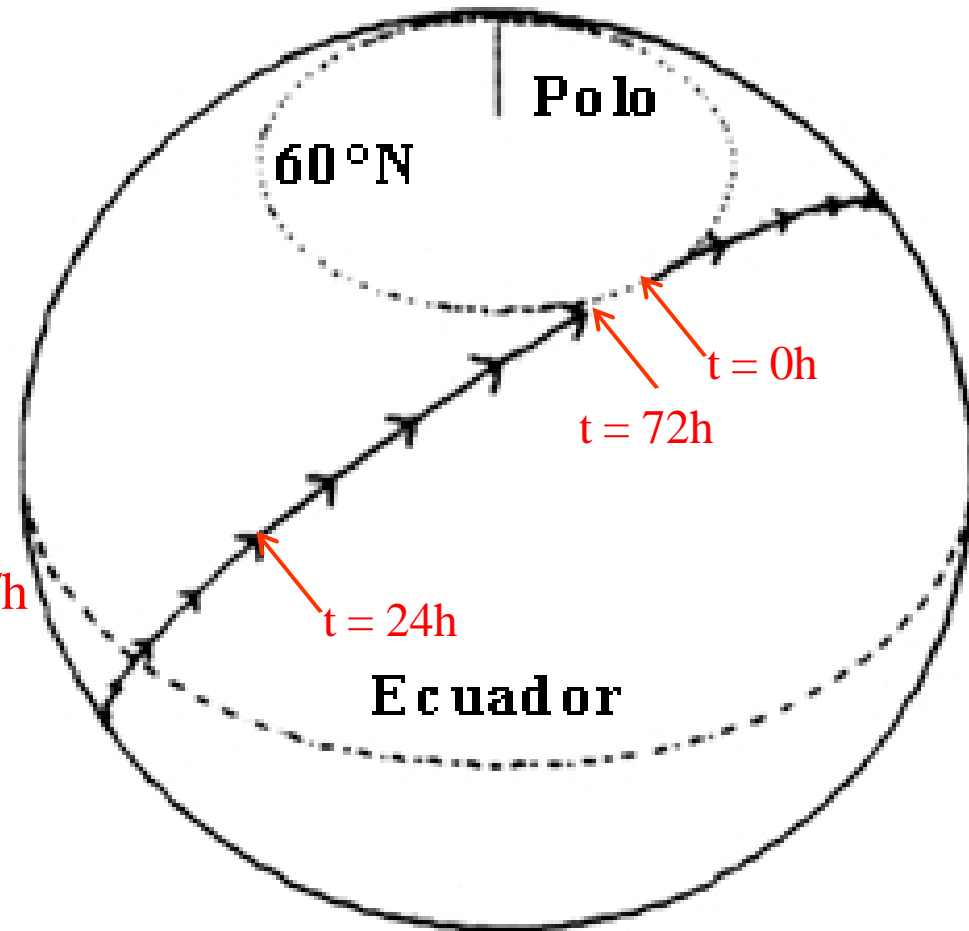
Trayectorias

Trayectoria de una partícula impulsada sobre una esfera sin fricción a una velocidad de 1389 km/h

Satélite

$$T = X/v = 2\pi R = 40.030 \text{ km} / 1389 \text{ km/h}$$

$$T = 28.8 \text{ h}$$



Trayectorias 2

Trayectoria de una partícula impulsada sobre una esfera sin fricción a la misma **velocidad absoluta** de 1389 km/h pero **ahora la esfera rota a razón de 1 vuelta por día!**

La velocidad relativa a la Tierra es de solo 556 km/k, **porqué?**

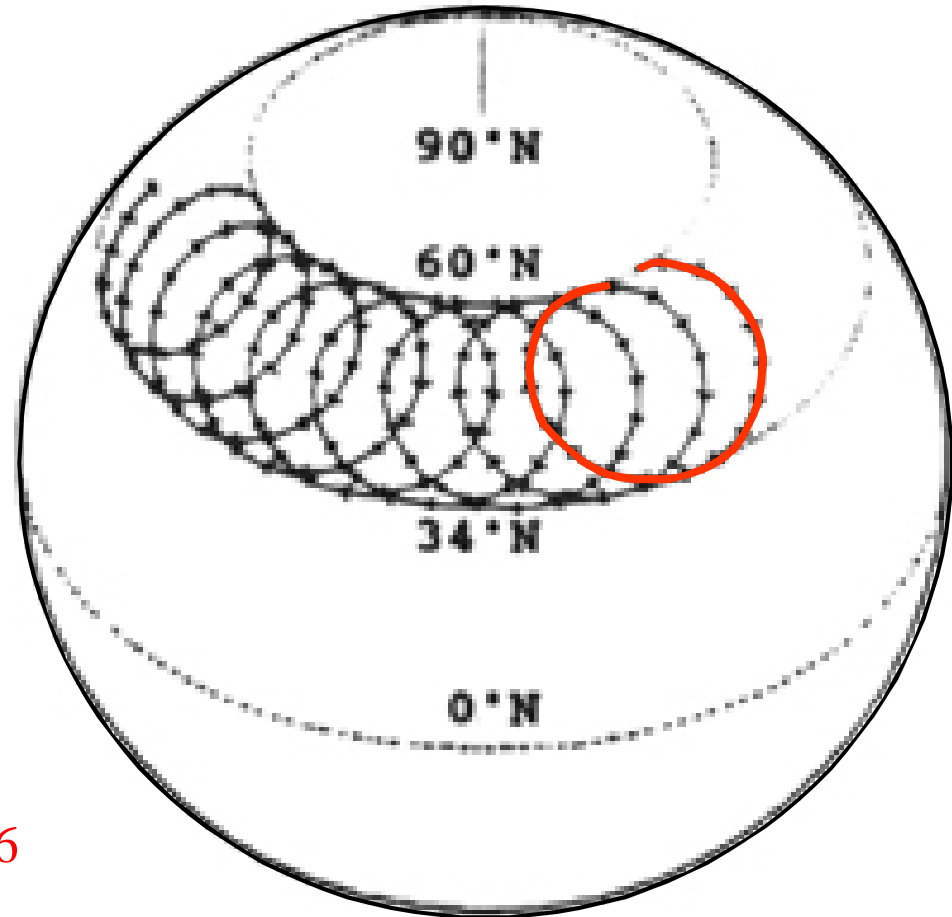
Barco

$$T = 2\pi / f$$

$$f = 2\Omega \sin \varphi = 2 * 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} * 0.866$$

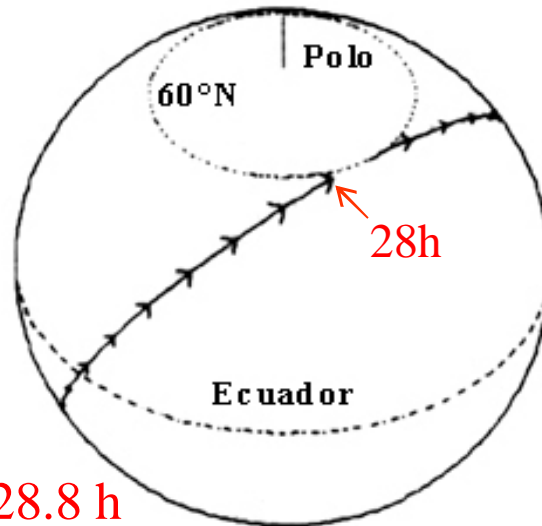
$$T = 4.98 * 10^4 \text{ s} = 13.8 \text{ h}$$

$$R = v / f = 1220 \text{ km}$$

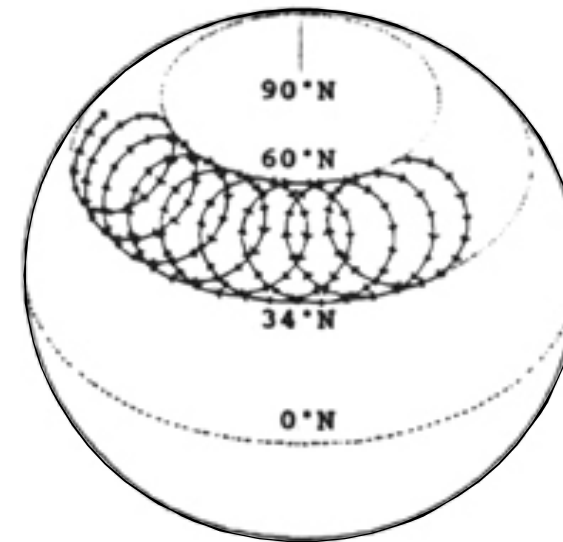
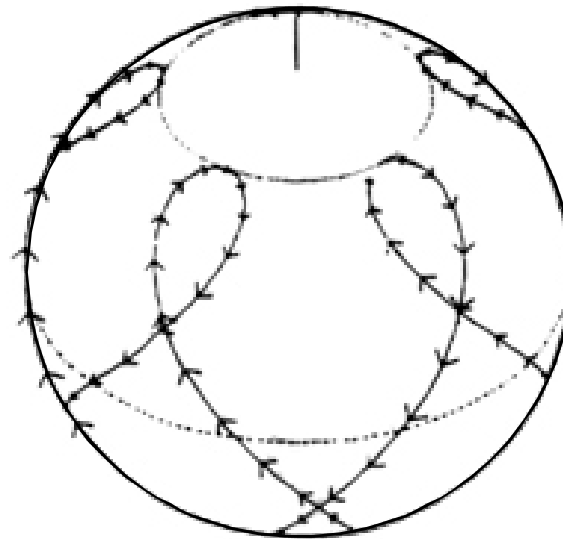
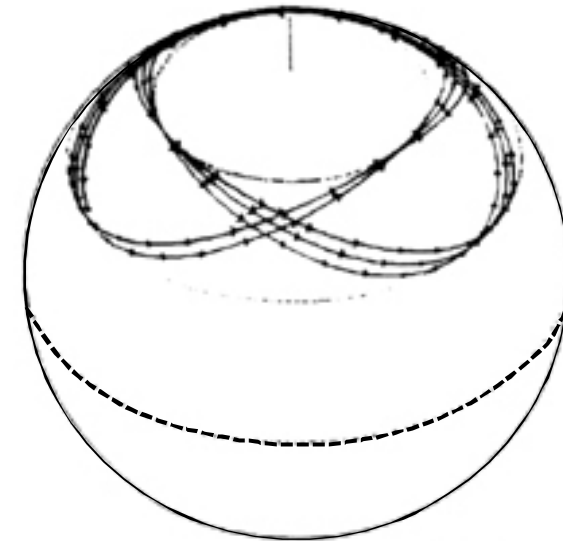


Círculos inerciales en el océano

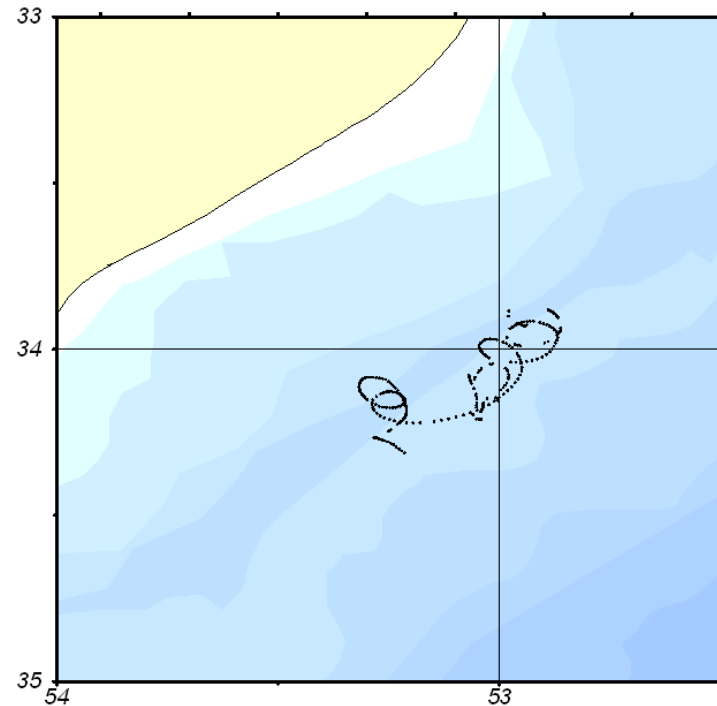
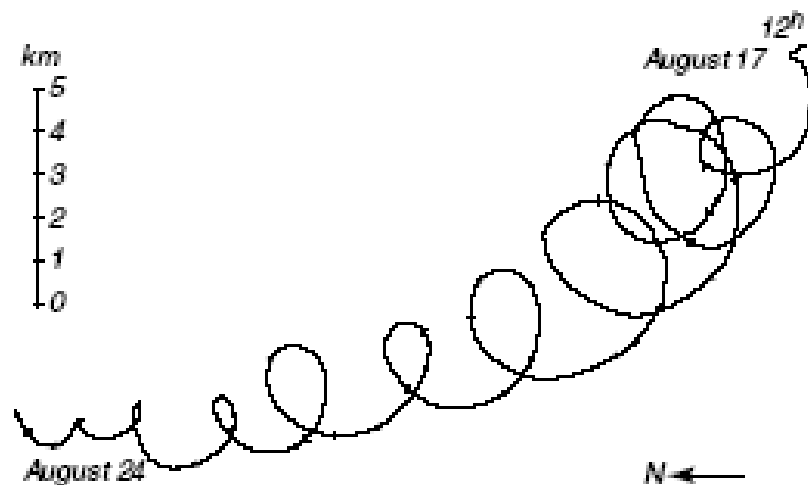
Trayectoria de una partícula impulsada sobre una esfera sin fricción a una velocidad de 1389 km/h



Satélite T = 28.8 h

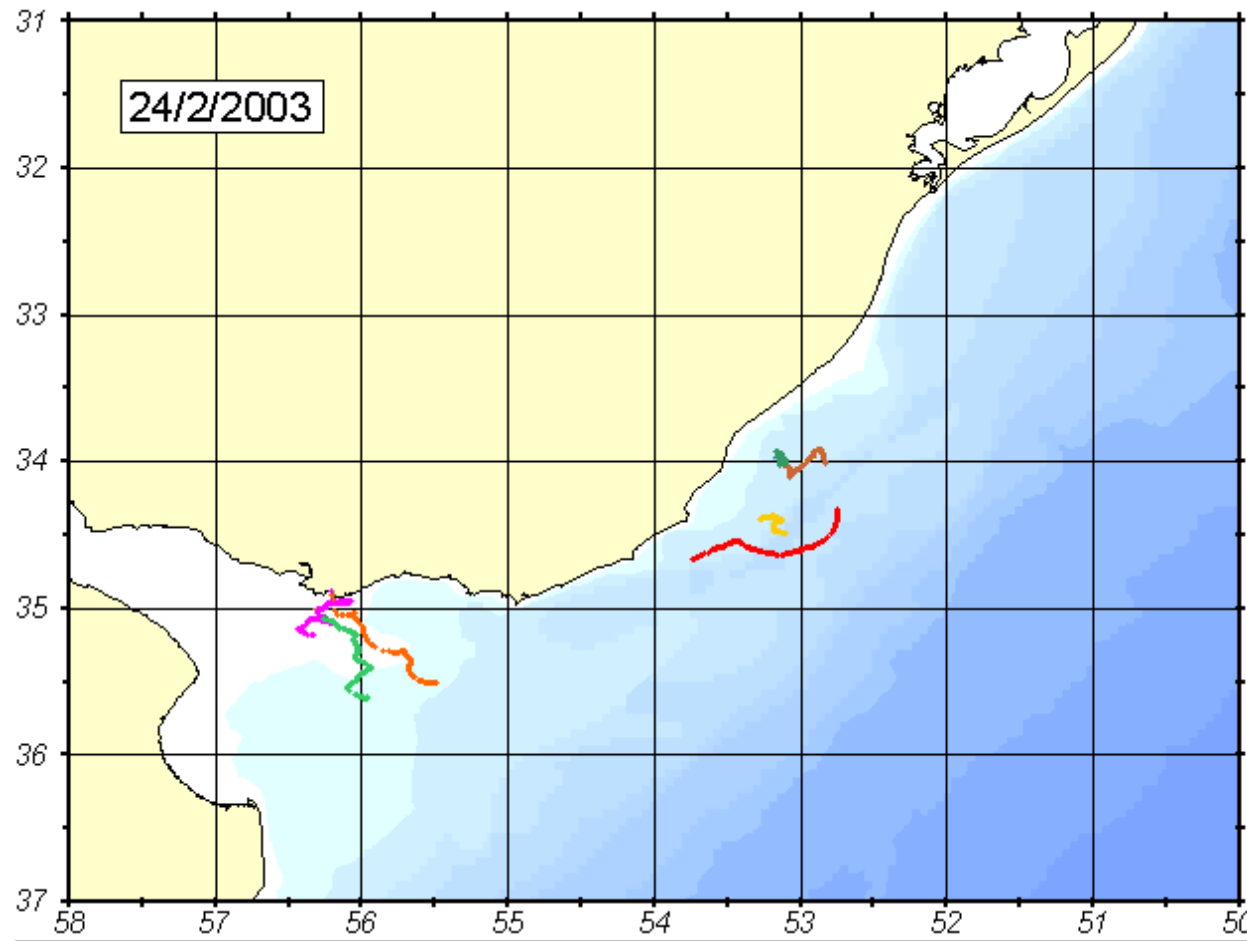


Círculos inerciales en el océano



Trayectorias de parcelas de agua calculadas a partir de mediciones de corrientes en el HN (de Sverdrup, Johnson & Fleming, 1942, izquierda) y al E de Uruguay (derecha)

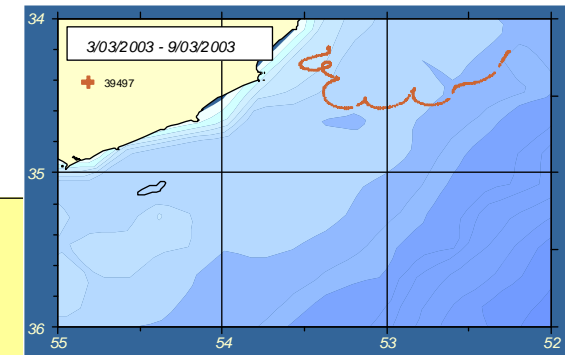
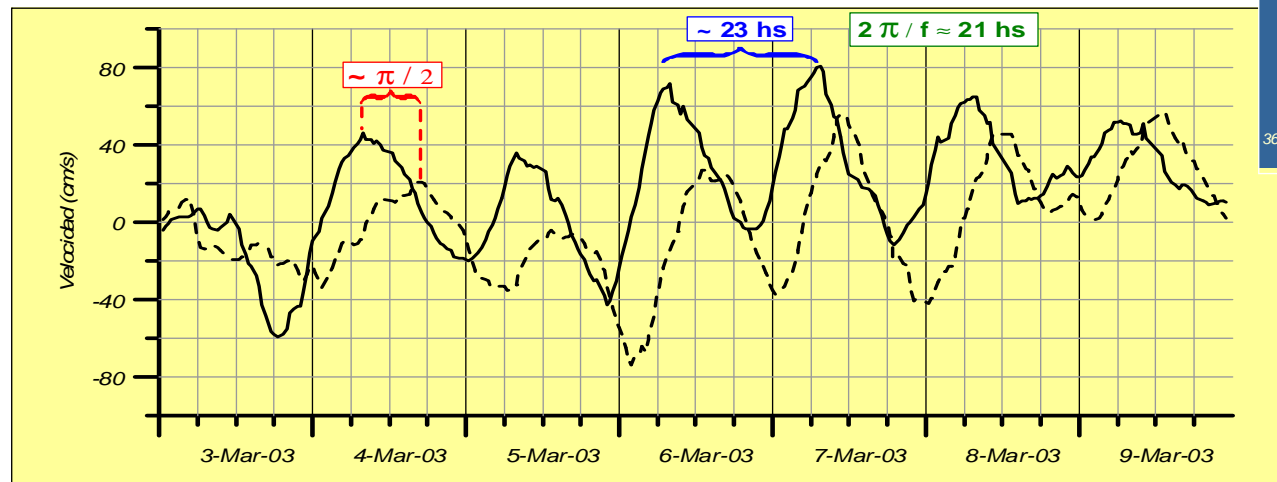
Círculos inerciales en el océano



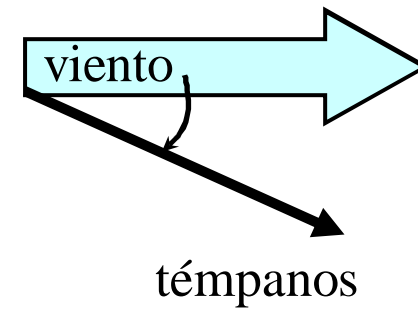
Este experimento permite verificar ciertas características básicas del equilibrio inercial

$$\phi = 33^\circ\text{S} \longrightarrow f = .794 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \longrightarrow T_I = 21.9 \text{ hs}$$

$$v = 0.40 \text{ m/s} \quad RI = v/f = 50,4 \text{ km}$$



El efecto del viento



La dinámica de Ekman (1905)



- *La mezcla vertical en el océano es causada por la turbulencia.*
- *La mezcla turbulenta puede ser modelada como un proceso difusivo pero con un coeficiente de viscosidad varios órdenes de magnitud mayor que el molecular.*
- *El equilibrio básico está dado por la mezcla turbulenta vertical inducida por el viento en la superficie y la rotación de la Tierra:*

$$\begin{aligned} 2 \Omega \operatorname{sen} \varphi u &= A/\rho \partial^2 v / \partial z^2 \\ 2 \Omega \operatorname{sen} \varphi v &= A/\rho \partial^2 u / \partial z^2 \end{aligned}$$

Ω es la velocidad angular de rotación de la Tierra, de modo que $2 \Omega \operatorname{sen} \varphi$ (el factor de Coriolis) es el doble de la componente local del vector rotación y φ la latitud, u y v son las componentes de la velocidad horizontal hacia el este (x) y norte (y), y z es la profundidad, positiva hacia abajo A , el coeficiente de viscosidad turbulento debe ser determinado a partir de observaciones.

La solución de Ekman

La solución es de la forma:

$$[u, v] = V_0 \exp(-z/D) [\cos(\pi/4 - z/D), \sin(\pi/4 - z/D)]$$

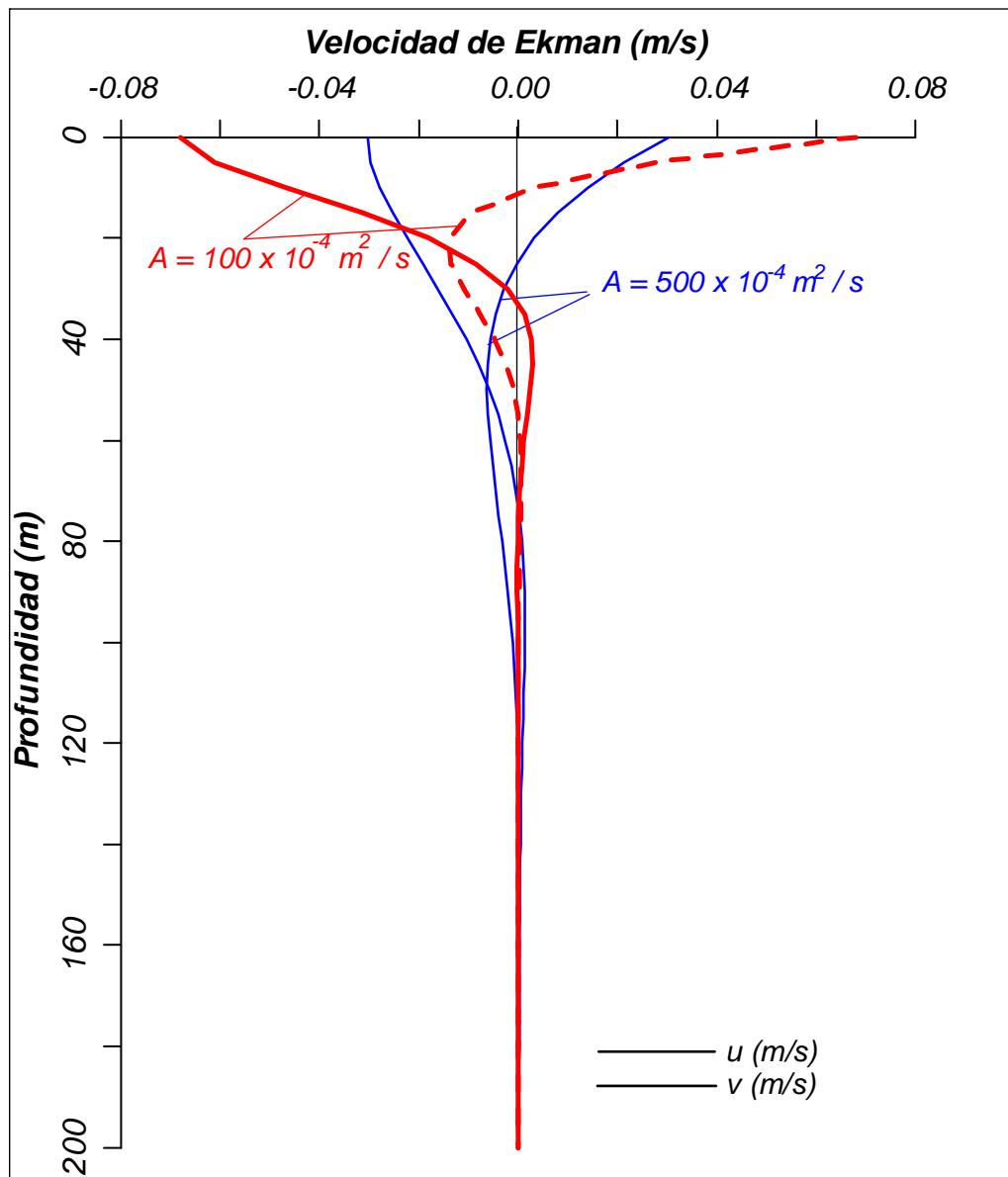
El viento ha sido considerado en la dirección S (hacia el N),

$V_0 = \tau / \rho (A f)^{1/2}$ es la amplitud en superficie y

$D = (2 A / f)^{1/2}$ es la escala vertical de decaimiento exponencial a la cual la dirección de la velocidad se invierte y τ es la tensión del viento en superficie

De la elegante solución de Ekman surge:

- El vector velocidad horizontal rota en función de la profundidad en sentido horario en el HN y sentido antihorario en el HS
- El módulo disminuye formando así la llamada “espiral de Ekman”

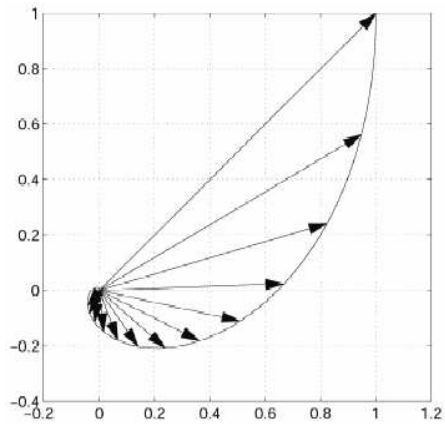
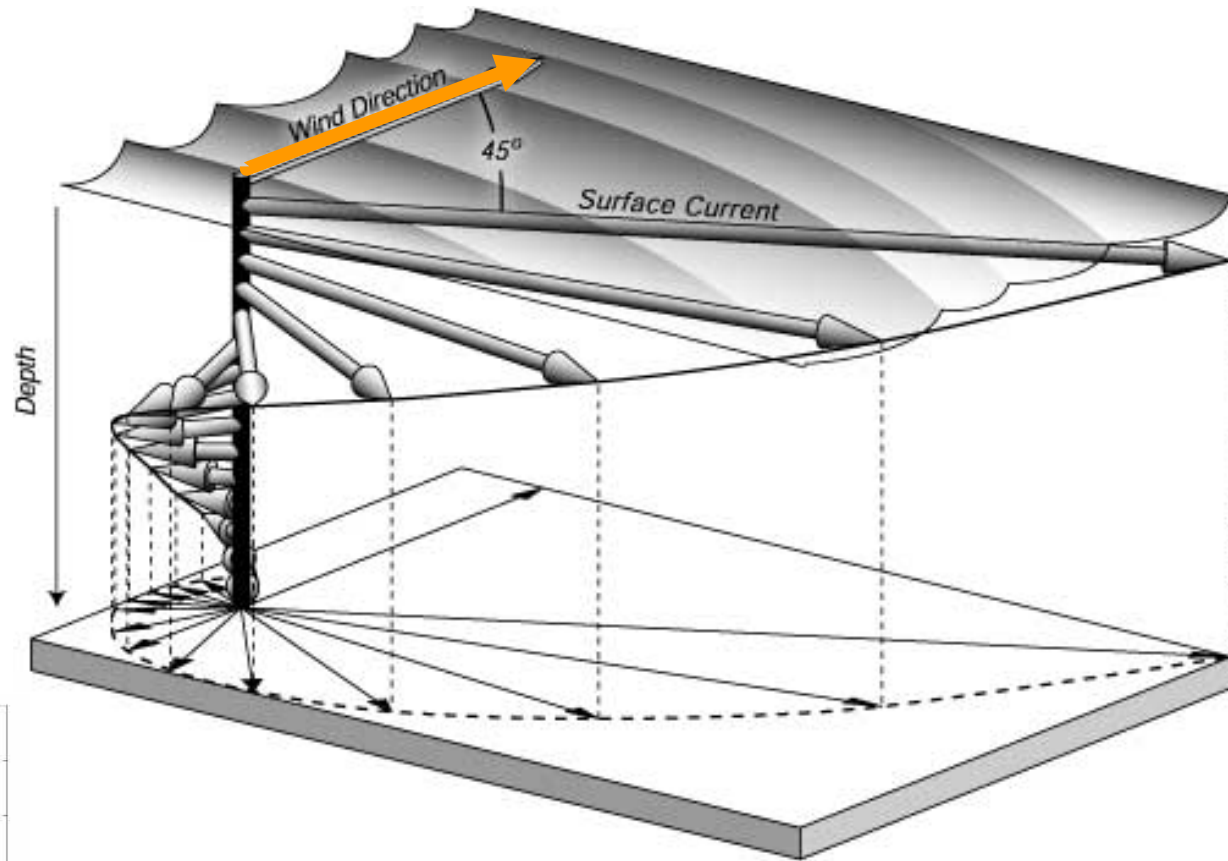


Perfiles verticales de velocidad de Ekman para los casos de coeficientes de viscosidad turbulenta indicados. Nótese que las velocidades en ambos casos son virtualmente nulas a unos 120 m de profundidad. La profundidad de Ekman es 97 m y la latitud 45°S.

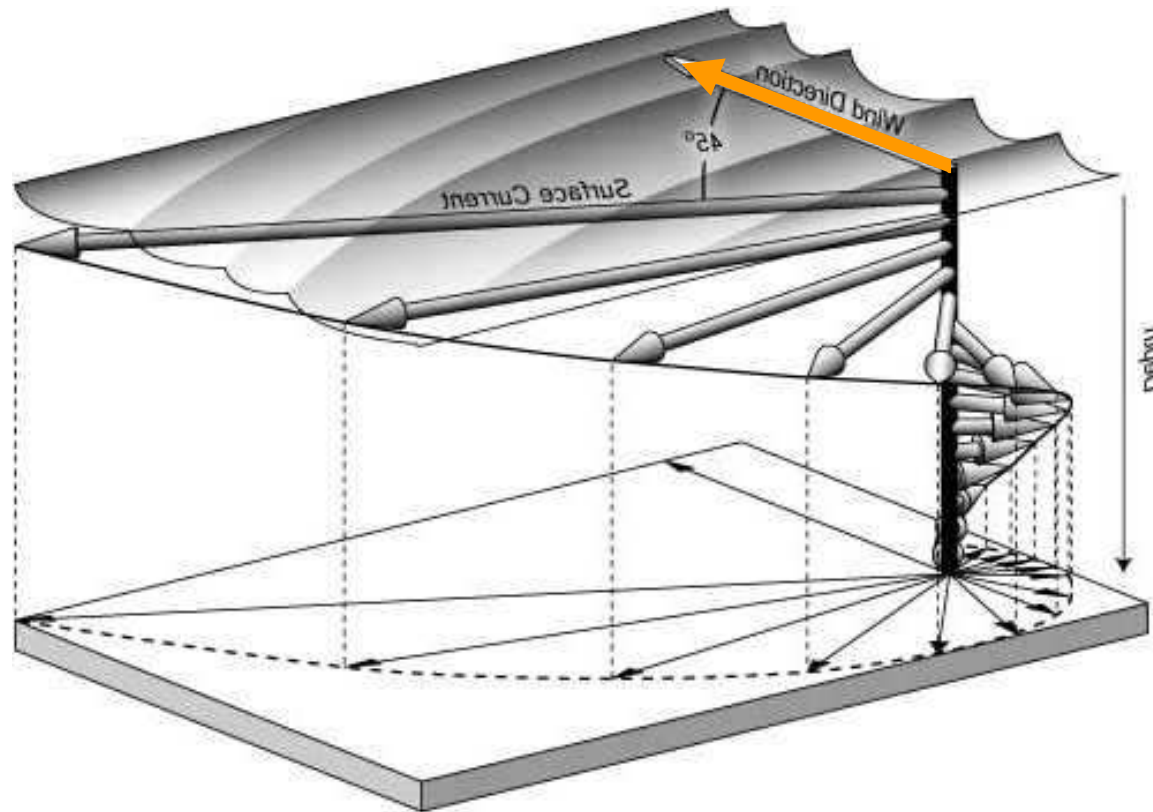
Distribución vertical de velocidad

$$[u, v] = V_0 \exp(-z/D) [\cos(\pi/4 - z/D), \sin(\pi/4 - z/D)]$$

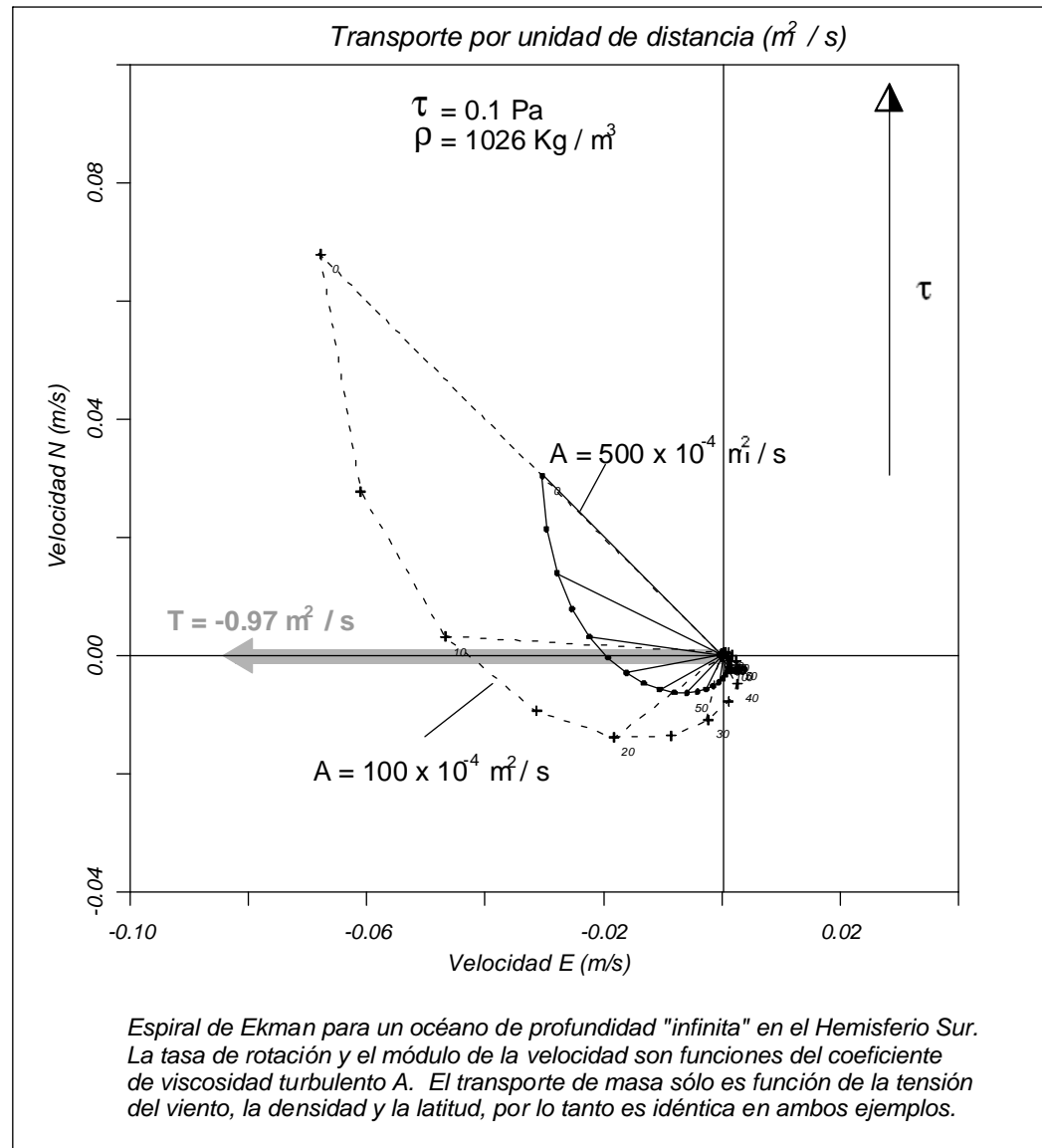
Espiral de Ekman (HN)



Espiral de Ekman (HS)



Espiral de Ekman (HS)



El transporte de Ekman (HS)

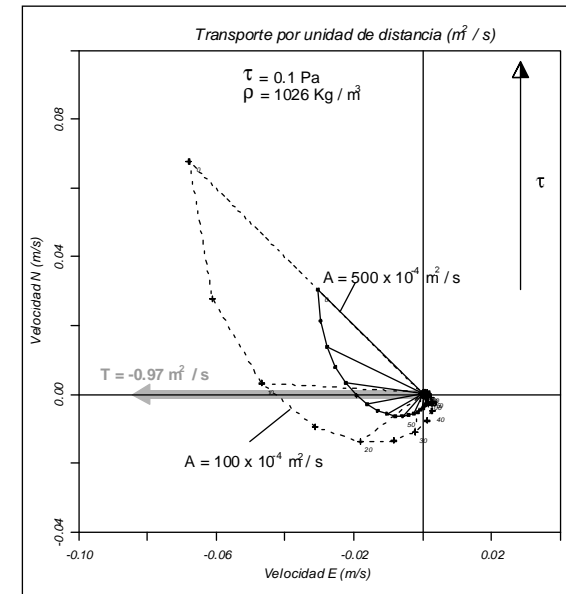
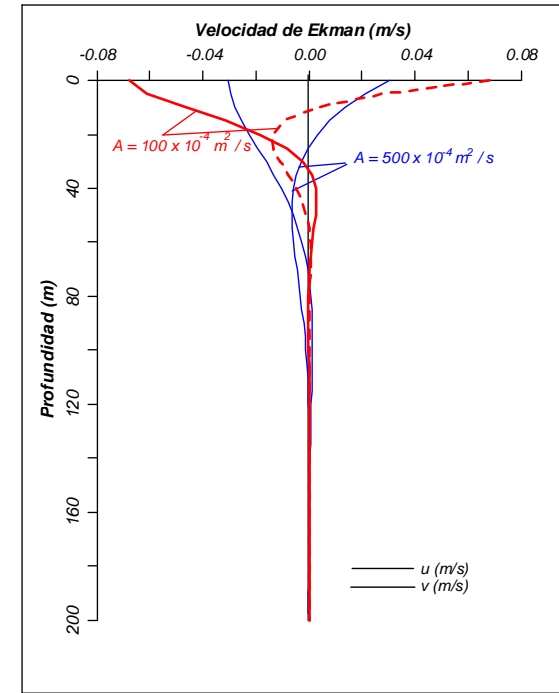
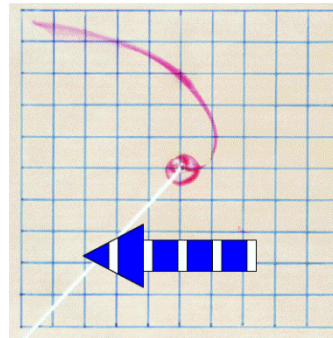
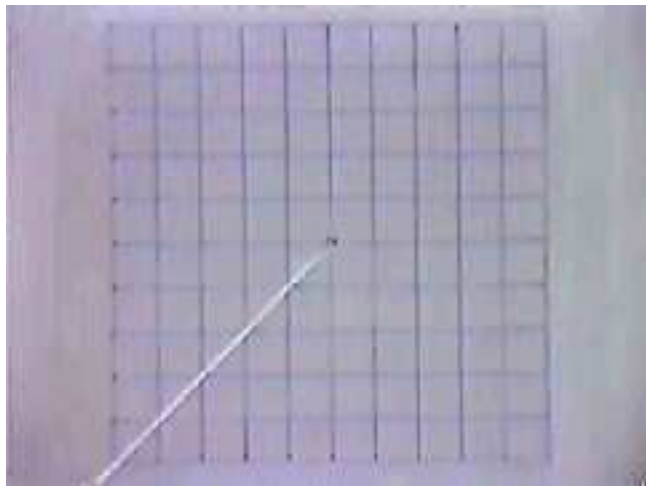
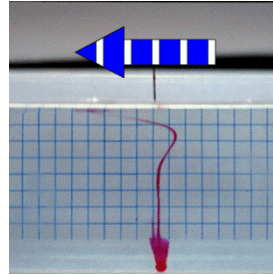
La integral vertical de la ecuación anterior, o el transporte de Ekman es:

$$\int [u, v] dz = [\tau / \rho f, 0]$$

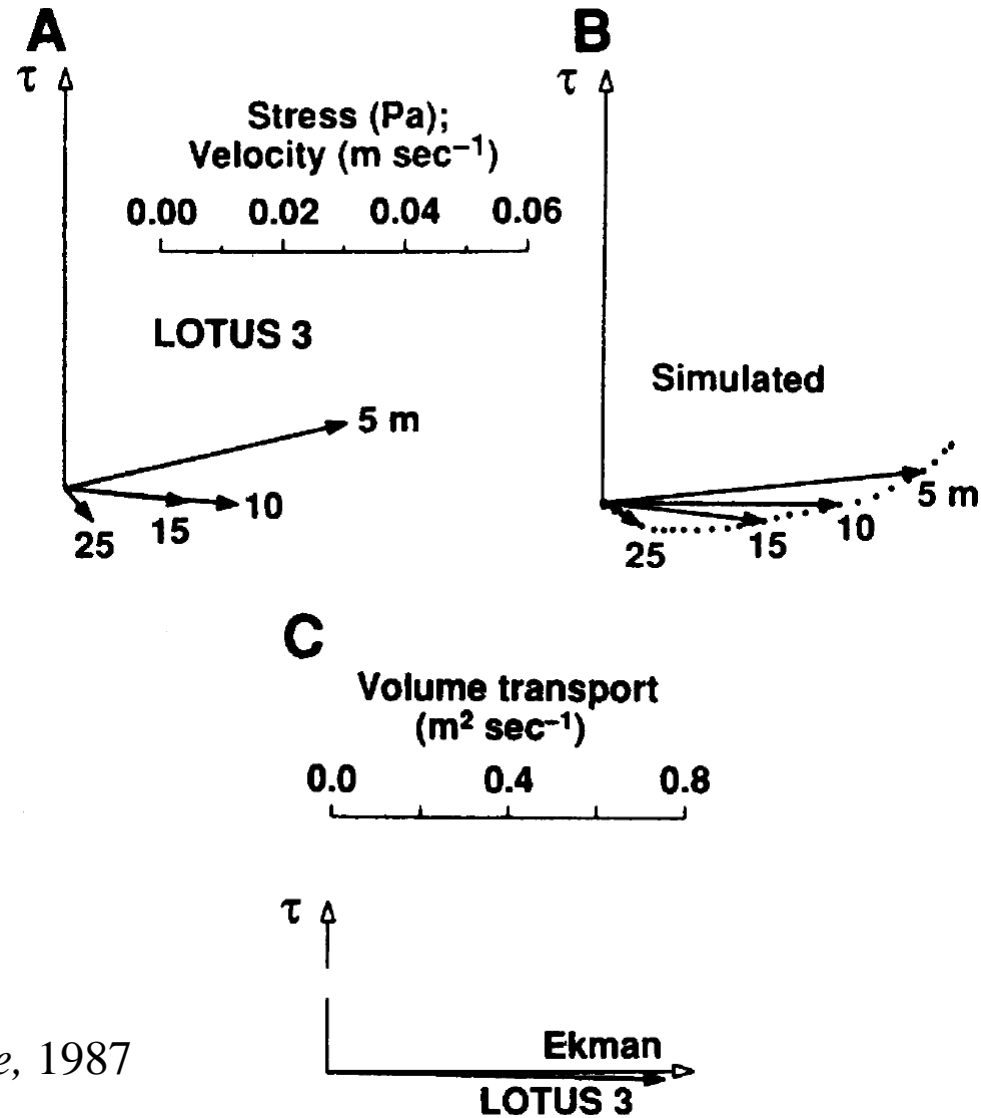
El transporte de Ekman es a 90° de la dirección del viento. Esta característica tiene profundas consecuencias para la circulación general del océano y el clima.

La magnitud y dirección del transporte de Ekman son consecuencia de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y son independientes del valor de A y de cualquier otro factor asociado a la turbulencia vertical.

Espirales en el laboratorio



Espirales en el océano real



de Price et al., *Science*, 1987